

Olimpiada Națională de Matematică
Etapă Locală, județul Timiș
7.02.2025

clasa a VI-a

1. a) Se consideră 2025 de numere naturale consecutive, primul și ultimul fiind invers proporționale cu 0,(3) și respectiv 0,1(6). Notăm cu S suma acestor 2025 de numere. Arătați că numărul divizorilor numărului S este un cub perfect.
b) Determinați numerele naturale nenule a, b, c, astfel încât: $\frac{a}{a+b} = \frac{2b}{b+2} = \frac{a+c-1}{c+2}$.
2. a) Aflați două numere naturale, știind că au produsul 2025, iar raportul dintre cel mai mare divizor comun și cel mai mic multiplu comun al lor este 0,(1).
b) Determinați numerele naturale nenule a și b, $a < b$ pentru care are loc relația:
 $3 \cdot [a, b] + 5 \cdot (a, b) = 123$, unde $[a, b] = c.m.m.c$ al numerelor a și b iar $(a, b) = c.m.m.d.c$ al numerelor a și b.
3. Se dau unghiurile adiacente $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$, astfel încât bisectoarele lor, semidreptele (OM respectiv (ON formează un unghi cu măsura de 75° și $3 \cdot \sphericalangle BOC = 2 \cdot \sphericalangle AOB$.
a) Determinați măsurile unghiurilor $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle AON$.
b) Dacă $(OM \perp (OT$, astfel încât M și T sunt de aceeași parte cu B față de OA, demonstrați ca semidreapta (OT este bisectoarea unghiului $\sphericalangle CON$.
4. Fie unghiurile $\sphericalangle A_1OA_2, \sphericalangle A_2OA_3, \sphericalangle A_3OA_4, \dots, \sphericalangle A_8OA_9$ care au interioarele disjuncte iar $\sphericalangle A_1OA_9$ este un unghi alungit. Dacă: $\sphericalangle A_1OA_2 = p_1^\circ, \sphericalangle A_2OA_3 = p_2^\circ, \sphericalangle A_3OA_4 = p_3^\circ, \sphericalangle A_4OA_5 = p_4^\circ, \dots, \sphericalangle A_8OA_9 = p_8^\circ$, unde $p_1, p_2, p_3, \dots, p_8$ sunt numere prime distincte de două cifre și $p_1 > p_8 > p_7 > p_2 > p_3 > p_6 > p_5 > p_4$, atunci arătați că :
a) $OA_5 \perp OA_1$.
b) $(OA_5$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle A_3OA_7$.

SGM. Nr11/ 2024

NOTĂ:

1. Toate subiectele sunt obligatorii.
2. Timpul de lucru este de trei ore.
3. Fiecare subiect se punctează cu 7 puncte

